

Probabilità

Problemi proposti

Problemi introduttivi

1. Probabilità di ottenere un numero dispari dal lancio di un dado
1. Probabilità di ottenere un numero primo dal lancio di un dado icosaedrico
2. Probabilità di estrarre una figura nera da un mazzo di carte da 40
3. Probabilità di estrarre una figura rossa o una carta di cuori da un mazzo di carte da 40
4. Qual è il numero più probabile per che si ottiene sommando i valori ottenuti dal lancio simultaneo di 2 dadi?
5. E per la differenza? E il prodotto?

Dalle simulazioni

14. VITA DA LUPO

Marta è molto preoccupata. Mosè ha catturato Alberto ed ha promesso che lo gonfierà di legnate se lanciando una moneta otterrà croce. Marta sa che Mosè prenderà una moneta dal salvadanaio comune della fattoria. Per aumentare la possibilità di Alberto, Marta ha inserito nel salvadanaio 35 monete con incise “testa” su entrambe le facce. Nel salvadanaio vi erano 15 monete regolari. Mosè, per aumentare la probabilità di punire il lupo ha inserito nel salvadanaio 20 monete riportanti “croce” su entrambe le facce. Al momento dell'estrazione, Marta riesce a scorgere che una delle facce della moneta scelta riporta il simbolo “testa”. Qual è la probabilità che il povero Alberto venga malmenato da Mosè? (Dai la risposta sommando numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.)



10. La cavalcata del Principe Azzurro

(Francesco Bertolini)

Il Principe Azzurro deve raggiungere l'altro capo della Foresta con il suo cavallo ed è appena giunto ad un incrocio. Una strada passa sopra un fiume con un ponte pericolante che ha la probabilità del 30% di crollare al passaggio di un cavallo, mentre ognuna delle altre due strade passa sopra due fiumi con due ponti consecutivi, ciascuno dei quali ha la probabilità del 20% di cadere al passaggio di un cavallo. Il Principe non sa quale strada abbia un solo ponte o quale ne abbia due. Se il Principe sceglie a caso la strada, che probabilità c'è che attraversi il bosco?

Si risponda con il numeratore della frazione ridotta ai minimi termini che esprime tale probabilità.

25) In una squadra ci sono 11 giocatori e 11 maglie numerate da 1 a 11. I giocatori entrano nello spogliatoio uno alla volta, in ordine casuale. Ciascuno, appena arriva, sceglie una maglia a caso, tranne Danilo che preferisce la maglia numero 8 e, se è disponibile, sceglie quella. Qual è la probabilità che Danilo riesca ad ottenere il suo numero di maglia preferito?

- (A) $\frac{4}{9}$, (B) $\frac{5}{11}$, (C) $\frac{1}{2}$, (D) $\frac{6}{11}$, (E) $\frac{5}{9}$.

5. L'AstroLotto

[30 punti]

Sul pianeta piatto citato in un problema precedente gode di una certa fama l'AstroLotto, variante del gioco del lotto. Come nella versione classica, vengono estratti 5 numeri tra 90: ad essere differenti sono le modalità di vincita. Difatti, si vince solo se i numeri giocati vengono estratti proprio nell'ordine preciso della giocata, e uno dopo l'altro (quindi, per esempio, giocando 1, 2, 3 se esce 4, 1, 2, 3, 5 si vince, mentre non si vince con 1, 2, 4, 3, 5 e nemmeno con 3, 2, 1, 4, 5). Determinare la probabilità che Ford Prefect vinca giocando un ambo.

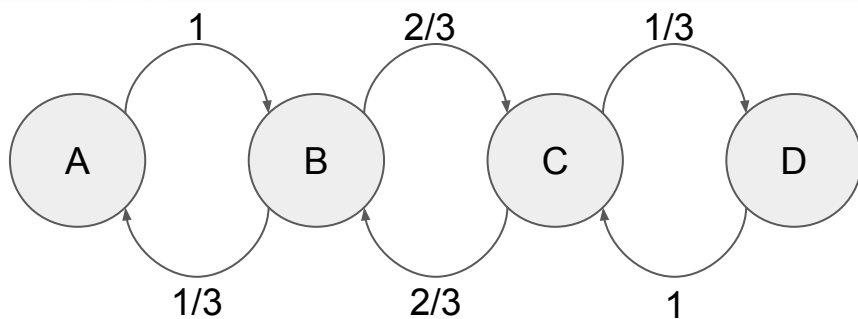
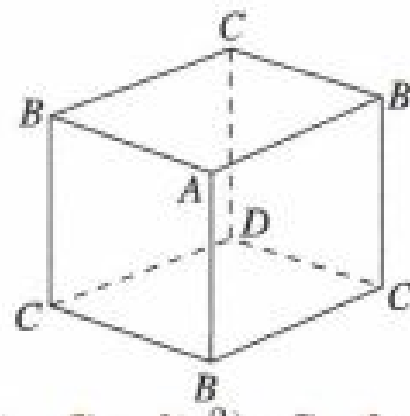
Espressa la probabilità come frazione $\frac{p}{q}$ ridotta ai minimi termini, indicare come risultato $p + q$.

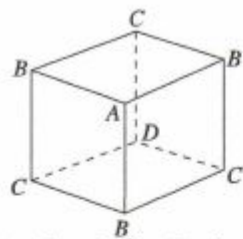
24. La fine della Regina

(Edi Rosset, Alessandro Logar)

Biancaneve, i sette nani e il Principe Azzurro lasciano che sia il caso a determinare la sorte della Regina. Prendono un cubo, marcano i tre lati del cubo che passano per lo stesso vertice A con 0, 1 e 2. Marcano poi tutti i rimanenti lati con il numero già scritto su un lato parallelo. Successivamente, inseriscono nel punto A un "segnaposto". La Regina deve lanciare un dado a 6 facce non truccato. Se il risultato del lancio del dado è n , si divide n per 3. Se il resto è 0, fa scorrere il segnaposto da A lungo il lato 0 fino a raggiungere l'altro vertice; analogamente, se il resto è 1 o 2, fa scorrere il segnaposto lungo il lato 1 o 2. Ad ogni lancio successivo del dado, si muove il segnaposto con lo stesso criterio. Se, dopo un numero totale di 10 lanci, il segnaposto si trova in A , la Regina dovrà calzare due scarpe di ferro arroventate. Qual è la probabilità che la Regina calzi le scarpe arroventate?

Si risponda con il numeratore della frazione ridotta ai minimi termini che esprime tale probabilità.





Soluzione del problema 24. Si indichino con B i 3 vertici del cubo che hanno il secondo estremo in A , con D il vertice del cubo opposto ad A e con C i 3 vertici rimanenti. Sia A_i (risp. B_i, C_i) la probabilità di avere il segnaposto in A (risp. in B , in C) dopo i lanci del dado. Se, dopo un certo lancio, il segnaposto è in B , la probabilità che al lancio successivo finisca in A è di $\frac{1}{3}$ (e la probabilità che finisca

in C è di $\frac{2}{3}$). Se il segnaposto non è in B , la probabilità che al lancio successivo finisca in A è chiaramente 0. Pertanto: $A_n = \frac{B_{n-1}}{3}$. Per calcolare B_n , si osservi che, con un lancio, si arriva in B da C con probabilità $\frac{2}{3}$ e da A , con probabilità 1. Pertanto $B_n = \frac{2C_{n-1}}{3} + A_{n-1}$. Infine si osservi che, al lancio n , il segnaposto può essere su uno dei due vertici A o C (se n è pari), oppure su uno dei 2 vertici B o D (se n è dispari). Pertanto, se n è pari, $A_n + C_n = 1$. Mettendo assieme queste osservazioni, si trova che, se $n = 2m$ è pari,

$$A_{2m} = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} C_{2m-2} + A_{2m-2} \right) \quad \text{e} \quad C_{2m-2} = 1 - A_{2m-2}$$

da cui

$$A_{2m} = \frac{A_{2m-2} + 2}{9}.$$

Dato che $A_0 = 1$ perché, allo 0-esimo lancio, il segnaposto è in A , si trova che

$$A_{10} = \frac{4921}{3^9}.$$

La risposta è 4921.

La risposta è 4921.