

Problemi sulle progressioni

Primi esercizi (progr. aritmetica)

- Somma dei primi 100 numeri dispari
- Formula per la somma dei primi n numeri dispari
- Somma dei multipli di 3 compresi tra 1000 e 2000
- Somma dei numeri <1000 multipli di 2 e di 3 ma non di entrambi
- Quanto vale $1^2-2^2+3^2- \dots-98^2+99^2$?

Dalle simulazioni

9. DISEGNI MODERNI

Lodovico si annoia. La pioggia non invita certo ad uscire per fare un po' di allenamento! Comincia, allora, a fare un disegno su un foglio di carta. Parte da un rettangolo di lati 96 e 28 cm di perimetro p_1 . Congiunge i punti medi dei lati consecutivi del rettangolo, fino a formare un altro quadrilatero inscritto nel rettangolo di perimetro p_2 . Congiungendo nuovamente i punti medi del quadrilatero appena ottenuto ne ottiene uno nuovo di perimetro p_3 . Continuando ad operare in questo modo, Lodovico costruisce una successione di infiniti quadrilateri. Quanto vale la somma infinita $p_1 + p_2 + p_3 + \dots$?

5. Guardare ma non toccare

Gioia, come tutti sanno, vuole tenere lontano dalla consolle di comando Tristezza. Per tenerla impegnata, le chiede di calcolare $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots$, dove al denominatore compaiono gli interi positivi che nella scomposizione in fattori primi presentano solo fattori 2 e 7. Tristezza, sconsolata, torna nel suo angolino a contare. Che cosa dovrebbe rispondere a Gioia? (Dare la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini).

8. IL NUOVO CODICE

Per sigillare il deposito durante la sua assenza, Zio Paperone usa un codice segreto. Per non dimenticarselo, utilizza formule matematiche. Questa volta ha impostato come combinazione le prime quattro cifre (quelle più significative) di $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + 199^3$.

18. **L'acquario**

55 punti

All'acquario di Genova ci sono 47 vasche, ciascuna con un numero diverso di pesci al suo interno. Il numero di pesci contenuti nelle varie vasche aumenta costantemente dalla vasca numero 1 alla vasca numero 47 (cioè la differenza tra il numero di pesci contenuti in una vasca e nella vasca precedente è sempre la stessa).

Sapendo che nelle vasche con il numero dispari ci sono in tutto 3336 pesci, determinare quanti pesci ci sono in totale all'acquario di Genova.

Soluzione

8. IL NUOVO CODICE [1999]

Sfruttiamo la formula che calcola la somma dei cubi $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$:

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + 199^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 199^3 - 2^3 - 4^3 - \dots - 198^3 = \sum_{i=1}^{199} i^3 - 8 \cdot \sum_{i=1}^{99} i^3 =$$
$$\left(\frac{199 \cdot 200}{2}\right)^2 - 8 \cdot \left(\frac{99 \cdot 100}{2}\right)^2 = 199^2 \cdot 100^2 - 2 \cdot 99^2 \cdot 100^2 = (199^2 - 2 \cdot 99^2) \cdot 10^4 = 19999 \cdot 10^4.$$